



Phát triển lý thuyết bình sai truy hồi trong phân tích chuyển dịch biến dạng mô hình động

Hoàng Ngọc Hà

Địa chỉ Trường Đại học Mỏ- Địa chất, 18 phố Viên, Hà Nội

Email tác giả liên hệ: hoanghakhcn@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.17224248>

Tóm tắt:

Từ những năm 80 của thế kỷ trước GS Markuze I.U.I đã đề xuất và nghiên cứu phát triển lý thuyết bình sai truy hồi với những ưu điểm vượt trội trong lọc sai số thô và bình sai mạng lưới trắc địa lớn. Trong bài báo trình bày kết quả nghiên cứu phát triển lý thuyết bình sai truy hồi trong phân tích chuyển dịch biến dạng mô hình động trong các chu kỳ theo thời gian. Cơ sở khoa học của phương pháp này là kết hợp lý thuyết bình sai truy hồi và cơ sở lý thuyết của phép lọc Kalman. Kết quả nghiên cứu có thể phục vụ xây dựng các phần mềm để giải quyết các bài toán Địa động học bằng các phương pháp Trắc địa.

Từ khóa: Bình sai truy hồi, chuyển dịch biến dạng, Trắc địa, địa động học.

Ngày nhận bài: 17/9/2025

Ngày sửa lại: 23/9/2025

Ngày chấp nhận đăng: 24/9/2025

Ngày xuất bản: 04/10/2025

The development of the recurrent adjustment theory in dynamic model deformation displacement analysis

Ha Ngoc Hoang

University of Mining and Geology, 18 Vien Street, Hanoi, Vietnam

Corresponding Author Email: hoanghakhcn@gmail.com

Abstract:

Since the 80s of the last century, Professor Markuze I.U.I proposed and developed the theory of recurrent adjustment with outstanding advantages in filtering gross errors and adjusting large geodetic networks. In this paper, the results of research on the development of the theory of recurrent adjustment in the analysis of dynamic model deformation in cycles over time are presented. The scientific basis of this method is the combination of the theory of recurrent adjustment and the theoretical basis of Kalman filtering. The research results can serve to build software to solve Geodynamic problems using Geodetic methods.

Keywords: Network adjustment, Recurrent adjustment, Geodesy, geodynamiss.

Submission received: 18/09/2025

Revised: 24/9/2025

Accepted: 25/9/2025

Published: 04/10/2025

1. Mở đầu

Từ những năm 80-90 của thế kỷ trước GS Markuze YU.I [7] đã đề xuất và nghiên cứu phát triển lý thuyết bình sai truy hồi với những ưu điểm vượt trội trong lọc sai số thô và bình sai mạng lưới trắc địa lớn. Với việc ứng dụng công nghệ GNSS, công tác xây dựng lưới đạt độ chính xác cao với thời gian ngắn và có thể quan trắc liên tục, trong phạm vi rộng và có thể xác định véc tơ chuyển dịch trong mô hình động. Một số công bố quốc tế và trong nước đã đề cập ứng dụng phép lọc Kalman để ứng dụng trong lĩnh vực phân tích biến dạng như [3], [4],[10],[11] phân tích chuyển dịch phục vụ điều tra sạt lở [5].

Trong bài báo sẽ trình bày một giải pháp phát triển lý thuyết bình sai truy hồi trong phân tích chuyển dịch biến dạng mô hình động trong các chu kỳ theo thời gian.

2. Cơ sở lý thuyết của phương pháp

Mô hình động của quan trắc chuyển dịch: Vec tơ tọa độ của quan trắc chu kỳ (k+1) được xác định từ vec tơ tọa độ của quan trắc chu kỳ (k). Triển khai công thức Taylor của hàm số Vec tơ tọa độ của quan trắc chu kỳ (Vec tơ tọa độ của quan trắc chu kỳ $x_j(k+1)$) theo biến số thời gian t, mô hình động theo thời gian với Tọa độ trắc địa, vận tốc và gia tốc được biểu diễn bằng công thức sau:

$$f(t^{(k+1)}) = f(t^{(k)}) + \frac{\partial f}{\partial t}(t^{(k+1)} - t^{(k)}) + 0,5 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} ((t^{(k+1)} - t^{(k)})^2 \quad (1)$$

$$f(t^{(k+1)}) = x_j^{(k+1)} \qquad f(t^{(k)}) = x_j^{(k)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = v_{x_j}^{(k+1)}; \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = a_{H_j}^{(k+1)}$$

$x_j^{(k+1)}$, : Tọa độ trắc địa điểm j ở thời điểm chu kỳ (tk+1)

$x_j^{(k)}$ Tọa độ trắc địa điểm j ở thời điểm chu kỳ (tk)

$v_{x_j}^{(k+1)}$, : vận tốc chuyển dịch của tọa độ của điểm j

$a_{x_j}^{(k+1)}$: gia tốc chuyển dịch của tọa độ điểm j

j=1, 2, . . . ,n (n: số ảnh số tọa độ)

k=1, 2, . . . , i (i: số thứ tự chu kỳ đo)

Như vậy từ phương trình (1) có thể thành lập biểu thức sau:

$$\left. \begin{aligned} x_j^{(k+1)} &= x_j^{(k)} + (t_{k+1}-t_k)v_{x_j}^{(k+1)} + 0,5(t_{k+1}-t_k)^2 a_{H_j}^{(k+1)} \\ v_{H_j}^{(k+1)} &= v_{x_j}^{(k)} + (t_{k+1}-t_k)a_{H_j}^{(k)} \\ a_{x_j}^{(k+1)} &= a_{H_j}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Biểu thức (2) có thể viết lại dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{pmatrix} x_j^{(k+1)} \\ v_{x_j}^{(k+1)} \\ a_{x_j}^{(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (t_{k+1}-t_k) & 0,5(t_{k+1}-t_k)^2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^{(k)} \\ v_{x_j}^{(k)} \\ a_{x_j}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Ký hiệu:

$$y_j^{(k+1)} = \begin{pmatrix} x_j^{(k+1)} \\ v_{x_j}^{(k+1)} \\ a_{x_j}^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$y_j^{(k)} = \begin{pmatrix} x_j^{(k)} \\ v_{x_j}^{(k)} \\ a_{x_j}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$y_j^{(k+1)} = G_j^{(k+1)} y_j^{(k)} \quad (6)$$

$$\bar{Y}_{(k+1)} = G_{(k+1)} \hat{Y}_{(k+1)} \quad (7)$$

Ở đây:



$$\bar{Y}_{(k+1)} = \begin{pmatrix} y_1^{(k+1)} \\ y_2^{(k+1)} \\ \dots \\ y_n^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{Y}_{(k)} = \begin{pmatrix} y_1^{(k)} \\ y_2^{(k)} \\ \dots \\ y_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$G_{(k+1)} = \begin{pmatrix} & G_1^{(k+1)} & \\ & & \dots \\ & & & G_n^{(k+1)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$\bar{Y}_{(k+1)}$ - vec tơ giá trị dự báo của tọa độ, vận tốc và gia tốc

\hat{Y}_{tk} -vec tơ trạng thái tại thời điểm tk.

G_{k+1} ,- ma trận chuyển dịch.

$$\bar{Y}_{(k+1)} = T_{(k+1)} \hat{Y}_k + S_{k+1,k} \quad (11)$$

$$C_{\bar{Y}_{(k+1)}} = G_{k+1,k} C_Y G_{k+1,k}^T \quad (12)$$

$$y^{(k+1)} = G^{(k+1)} y^{(k)} \quad (13)$$

Theo lý thuyết lọc Kalman nếu sử dụng kết quả tính toán ở chu kỳ tk thì theo công thức (13) dự đoán vector trạng thái hiện tại bằng cách sử dụng thông tin vector trạng thái của các thông số chuyển động đã biết ở chu kỳ tk và các phép đo ở chu kỳ tk+1. được thu thập ở kỳ tk+1.. Hệ phương trình dạng ma trận của mô hình chuyển động được sử dụng để dự báo các tham số chuyển động bằng kỹ thuật lọc Kalman trong lưới có thể được biểu diễn như sau:

$$\bar{Y}^{(k+1)} = G^{(k+1)} \hat{Y}^{(k)} \quad (14)$$

Ở đây:

$\hat{Y}^{(k)}$ là vector các giá trị đã được tính toán bình sai ở thời điểm tk.

$\bar{Y}_{(k+1)}$ - vec tơ giá trị dự báo của tọa độ, vận tốc và gia tốc

\hat{Y}_{tk} -vec tơ các giá trị bình sai tại thời điểm tk.

$$\bar{Y}_{(k+1)} = G_{(k+1)} \hat{Y}_k \quad (15)$$

Ma trận hiệp phương sai của vector $\bar{Y}_{(k+1)}$

$$C_{\bar{Y}_{(k+1)}} = G_{k+1,k} C_Y G_{k+1,k}^T \quad (16)$$

Ở đây ma trận CY là ma trận hiệp phương sai của vector \hat{Y}_k đã được bình sai ở thời điểm tk.

Tại thời điểm tk+1 ,chúng ta có thể sử dụng kết quả bình sai lưới trắc địa ở chu kỳ quan trắc trước đó (tk) và thành lập hệ phương trình các số hiệu chỉnh theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất với các trị đo mới.Như vậy ở thời điểm tk+1 có thể coi các điểm lưới trắc địa đã được đo ảo với trị đo và trọng số là các kết quả bình sai của lưới ở chu kỳ này.Khi đó chúng ta có ma trận hệ số của hệ phương trình các số hiệu chỉnh có dạng như sau:

$$\hat{A}_{k+1}(E_{k \times k} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0) \quad (17)$$

$E_{k \times k}$ là ma trận đơn vị, k số ẩn số tọa độ
rình các số hiệu chỉnh có dạng :

$$V = \hat{A}_{k+1} \hat{Y}_{k+1} + L \quad (18)$$

Thực hiện tính toán bình sai theo công thức truy hồi

$$\Delta x_i = -Q_{xi} A_{Ti} Q_{Ti}^{-1} L_i \quad (19)$$

$$Q_{xi} = Q_{xi-1} - Z_{uT} N_{i-1}^{-1} Z_i \quad (20)$$

Ở đây:

$$Z_i = Q_{xi-1}^{-1} A_{i1} T \quad (21)$$

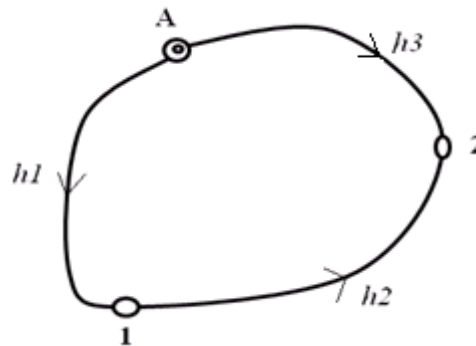
$$N_i = Q_i + A_i Z_i T \quad (22)$$

Ở đây i là số thứ tự của trị đo

3. Thực nghiệm tính toán và thảo luận

Để minh họa cho lý thuyết, chúng ta xem xét việc tính toán trên ví dụ lưới độ cao (Hình 1) với điểm gốc ổn định A. Độ cao mốc A là 100,1 mm. Lưới độ cao cơ sở được quan trắc với 4 chu kỳ 1,2,3,4. Các chu kỳ đo các nhau 1 năm. Số liệu đo chênh cao và số trạm đo với các chu kỳ được thể hiện tại bảng 1.

STT	h1(mm)	h2(mm)	h3(mm)	n ₁	n ₂	n ₃
Chu kỳ 1	-100,2	39,8	-59,9	1	1	1
Chu kỳ 2	-99,9	40,3	-60,0	1	1	1
Chu kỳ 3	-100,2	39,7	-60,1	1	1	1
Chu kỳ 4	-99,9	35,2	-65,2	1	1	1



Hình 1. Lưới độ cao cơ sở

Như vậy ma trận $G(2)$ để phân tích từ chu kỳ 1 sang 2 sẽ là

$$G(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Từ lý thuyết bình sai truy hồi ma trận hiệp phương sai của vector Ýk đã được bình sai ở thời điểm t1 sẽ là

$$\begin{pmatrix} 0.004444 & 0 & 0 & 0.002222 & 0 & 0 \\ & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 10000 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.004444 & 0 & 0 \\ & & & & 100000 & 0 \\ & & & & & 10000 \end{pmatrix}$$

Kết quả bình sai cho giá trị Tọa độ trắc địa tại các điểm lưới và sai số trung phương tương ứng của điểm 1 và 2 trong các chu kỳ được trình bày ở các bảng từ 1 .

Bảng 1. Giá trị Tọa độ trắc địa và sai số trung phương của các điểm trong chu kỳ 1-4)

STT	Chu kỳ 1	Chu kỳ 2	Chu kỳ 3	Chu kỳ 4
H1(mm)	0.13	0.17	0.17	0.17
H2(mm)	40.17	40.33	40.33	45.13
mH1(mm)	0.07	0.24	0.24	5.77
mH2(mm)	0.07	0.24	0.24	5.77

Bảng 2. Các tham số chuyển dịch Tọa độ giữa chu kỳ1,2

	Điểm 1	Điểm 2
Dịch chuyển ΔH	0.03	0.17
v (mm/năm)	-1.21	0.20

Bảng 3. Các tham số chuyển dịch Tọa độ giữa chu kỳ 1,2,3

	Điểm 1	Điểm 2
Dịch chuyển ΔH (mm)	0.03	0.17
v (mm/năm)	-1.21	-0.08
a (mm/năm ²)	-1.23	-0.17

Bảng 4. Các tham số chuyển dịch Tọa độ giữa chu kỳ 1,2,3,4

	Điểm 1	Điểm 2
Dịch chuyển ΔH (mm)	-1.80	0.00
v(mm/năm ²)	-2.45	-0.25
a (mm/năm ²)	-1.23	-0.17

Kiểm tra đại lượng $TH=dH/md\backslash H$ đều không vượt giới hạn theo tiêu chí thống kê T (t-distribution), do đó các điểm này đều không có sự chuyển dịch về Tọa độ.

Như vậy kết quả triển khai tính toán thực nghiệm theo phương pháp đề xuất cho thấy có thể ứng dụng công thức truy hồi kết hợp lọc Kalman để giải quyết bài toán phân tích biến dạng trong mô hình động.

4. Kết luận

Trong bài báo đã phát triển lý thuyết bình sai truy hồi do Giáo sư Markuze IU.I đề xuất kết hợp phép lọc Kalman như một giải pháp phân tích, đánh giá chuyển dịch biến dạng trong mô hình động. Kết quả nghiên cứu có thể phục vụ xây dựng các phần



mềm để giải quyết một số bài toán Địa động học bằng các phương pháp Trắc địa cũng như xử lý số liệu quan trắc biến dạng công trình.

Tài liệu tham khảo

- [1] Hoàng Ngọc Hà, Trương Quang Hiếu. Cơ sở toán học xử lý số liệu trắc địa. *Nhà xuất bản Giao thông vận tải*. 2000.
- [2] Hoàng Ngọc Hà, Bình sai tính toán lưới Trắc địa và GPS/GNSS. *Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội*. 2020.
- [3] Hoang, N. H. Monitoring the displacement of the Ba River fault zone of Vietnam using GNSS technology. *FIG Conference, Orlando, Florida, USA 28 May - 1 June 2023*.
- [4] Hoàng Ngọc Hà. Phân tích chuyên dịch thẳng đứng ứng dụng công nghệ GNSS với bình sai lưới không gian và phép lọc Kalman. *Tạp chí Trắc địa-Bản đồ*, số 10, Tập 01, Năm 2024.
- [5] Vy Quốc Hải, Trần Đình Tô và Dương Chí Công, 2005. Xác định chuyên dịch hiện đại đới đứt gãy sông Đà và đới đứt gãy Sơn La-Bim Sơn bằng số liệu GPS. *Địa chất và Khoáng sản*, số 9, trang 257-265.
- [6] R.E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems,,*J Basic Eng 82D* (1960) 35e45.
- [7] Markuze Y U. I. Các thuật toán bình sai lưới trắc địa trên máy tính. *Nhà xuất bản Nedra, Matxcova* (tiếng Nga)..1989.
- [8] Markuze Y U. I. , Hoàng Ngọc Hà . Bình sai các mạng lưới không gian mặt đất và vệ tinh, *Nhà xuất bản Nedra Matxcova*. Sách chuyên khảo (tiếng Nga). 1991
- [9] Markuze Y U. I, Gôlubev V.V. Lý thuyết xử lý toán học lưới trắc địa. Alma Mater.2010 (Tiếng Nga).
- [10] Welsch, W. M. and Heunecke, O. Models and terminology for the analysis of geodetic monitoring observations, in: *Proceedings of the 10th International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, USA*, 390–412, 2001.
- [11] Yalc, inkaya, M. and Bayrak, T.: Dynamic model for monitoring landslides with emphasis on underground water in Trabzon Province, Northeastern Turkey, *J. Surv. Eng.-ASCE*, 129(3),115–124, 2003.

